

نام و نام خانوادگی:

دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا متوسطه دوم امتحانات: پایانی اول

کلاس:

پایه:

رشته:

تاریخ امتحان:

شماره صندلی:

مدت زمان:

نام دبیر:

تعداد صفحات:

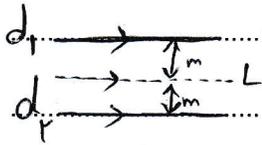


وزارت آموزش عالی و پرورش

پاسخنامه

ج ۱ الف) معادله $2x^2 - 5x + 2 = 0$ را حل کنید. $\Delta = 25 - 16 = 9$ $x_1 = \frac{5+3}{4} = 2$ $x_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$

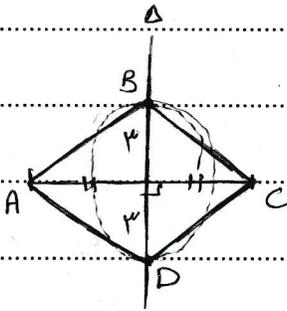
ب) دو خط موازی d_1 و d_2 فاصله m دارند. خط L وسط دو خط موازی d_1 و d_2 موازی با هر دو است.



ج ۲ جواب مکان هندسی: خط L وسط دو خط موازی d_1 و d_2 موازی با هر دو است.

ج ۳ ابتدا باره خط AB را در نظر بگیرید. M وسط AB است. $AM = MB = \frac{1}{2}AB$. OM عمود بر AB است. OM مرکز دایره AB است.

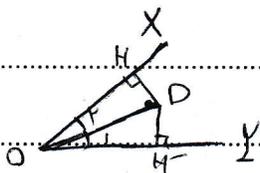
دایره AB را با دایره AC رسم کنید. M وسط AC است. OM عمود بر AC است. OM مرکز دایره AC است.



دایره AB و AC در O مماس است. OM عمود بر AB و AC است.

ج ۴ سه مرکز: O مرکز دایره AB ، O' مرکز دایره AC ، O'' مرکز دایره BC .

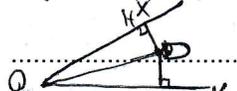
خط OO'' عمود بر BC است. OO'' عمود بر AB و AC است.

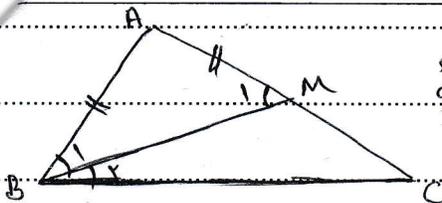


ج ۵ فرض D روی شیب XOY ($\hat{O}_1 = \hat{O}_2$) $DH = DH'$

$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ فرض $\Delta ODH \cong \Delta ODH' \Rightarrow DH = DH'$

$DH = DH'$ ، XOY فرض D روی شیب XOY ($\hat{O}_1 = \hat{O}_2$) $\Delta ODH \cong \Delta ODH' \Rightarrow \hat{O} = \hat{O}'$





برهان: AM را بسازیم
 در $\triangle ABC$ $AB < AC$ $\hat{B} > \hat{C}$

$AB < AC$ ، $\triangle ABC$ $\hat{B} > \hat{C}$

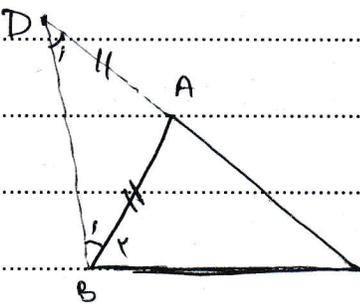
$AB = AM \Rightarrow \triangle ABM$ $\hat{B}_1 = \hat{M}_1$

$\triangle BMC$: $\hat{B} = \hat{M}_1 + \hat{C} \Rightarrow \hat{M}_1 > \hat{C}$
 $\hat{B} = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 \Rightarrow \hat{B} > \hat{M}_1 \Rightarrow \hat{B} > \hat{C}$

$AC \neq AB$: برهان: AC را بسازیم

$\hat{B} > \hat{C}$ ، $\triangle ABC$ $AC > AB$

$AC = AB \Rightarrow \triangle ABC$ $\hat{B} = \hat{C}$ ✗
 $AC < AB \Rightarrow \hat{B} < \hat{C}$ ✗



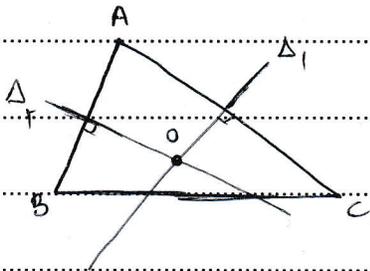
برهان: ضلع AC را بسازیم
 در $\triangle ABC$ $AB + AC > BC$

$\triangle ABC$ $AB + AC > BC$

و از B و D $BC > DC$

$\triangle ABD$: $AD = AB \Rightarrow \triangle ABD$ $\hat{B}_1 = \hat{D}$
 $\triangle BMC$: $\hat{B} = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 \Rightarrow \hat{B} > \hat{B}_1$
 $\hat{B} > \hat{D} \Rightarrow DC > BC$

$\Rightarrow DA + AC > BC \xrightarrow{*} AB + AC > BC$



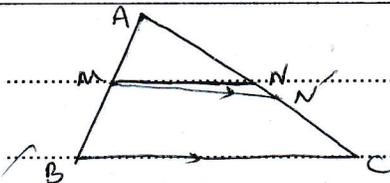
برهان: ابتدا BE و CF را بسازیم
 در $\triangle ABC$ $OA = OC$ و $OB = OC$

$\triangle ACF$ $\hat{A} = \hat{C}$ $OA = OC$
 $\triangle ABE$ $\hat{A} = \hat{B}$ $OA = OB$
 $OB = OC \Rightarrow BC$ $OB = OC$

و $OB = OC$ BC $OB = OC$



پاسخنامه

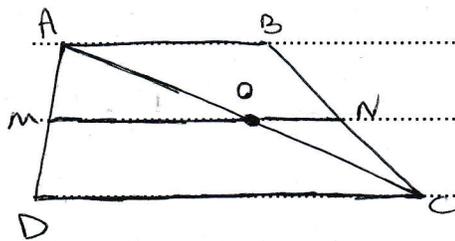


ج ۹. فرض کنیم $MN \parallel BC$ در $\triangle ABC$ $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ $\frac{AM}{AN} = \frac{MB}{NC}$ $MN \parallel BC$ فرض
کرم

برهان خطی: فرض کنیم $MN \parallel BC$ در $\triangle ABC$ خط موازی BC رسم می‌کنیم

$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تثنی}} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \xrightarrow{\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}} \frac{AN}{NC} = \frac{AN}{NC}$

چون $MN \parallel BC$ پس $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ $\frac{AM}{AN} = \frac{MB}{NC}$



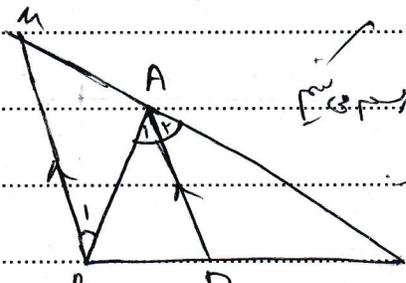
ج ۱۰. فرض کنیم $AB \parallel MN \parallel CD$ در $ABCD$ $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$ فرض
کرم

برهان: خط AC را رسم می‌کنیم $MN \parallel AB$ AD و BC قطع کند

$\triangle ADC: MO \parallel DC \xrightarrow{\text{تثنی}} \frac{AM}{MD} = \frac{AO}{OC}$

$\triangle ABC: NO \parallel AB \xrightarrow{\text{تثنی}} \frac{BN}{NC} = \frac{BO}{OC}$

$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$



ج ۱۱. فرض کنیم AD موازی BC در $\triangle ABC$ $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ فرض
کرم

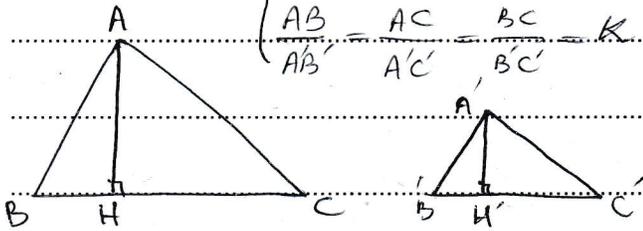
$\triangle ABC: BM \parallel AD \xrightarrow{\text{تثنی}} \frac{AM}{AC} = \frac{BD}{DC}$ ①

$\left. \begin{array}{l} \angle M \parallel AD \\ \text{مقطع خطوط موازی} \\ MC \end{array} \right\} \hat{A}_2 = \hat{M}$ $\left. \begin{array}{l} \angle M \parallel AD \\ \text{مقطع خطوط موازی} \\ AB \end{array} \right\} \hat{A}_1 = \hat{B}_1$

$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{M} \Rightarrow \triangle MAB \text{ قائم} \Rightarrow MA = AB$ ② $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$

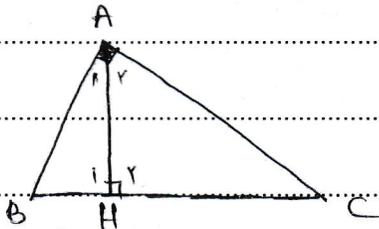
$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = \hat{A}' & \hat{B} = \hat{B}' & \hat{C} = \hat{C}' \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k \end{cases}$$

$$\frac{ABC}{A'B'C'} \text{ (1) } \left| \begin{array}{l} \text{وهو (1) } \\ \sqrt{\quad} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AH}{A'H'} = k$$



$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle A'B'H'$$

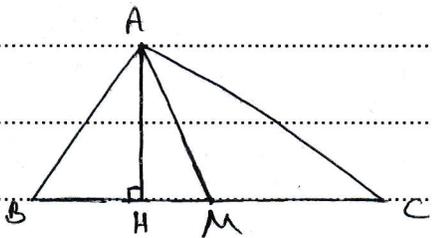
$$\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AH}{A'H'} = k$$



$$\triangle ABH \text{ و } \triangle ACH \text{ و } \triangle ABC \text{ (1) } \left| \begin{array}{l} \text{وهو (1) } \\ \sqrt{\quad} \end{array} \right. \Rightarrow AH^2 = BH \cdot CH$$

$$\begin{cases} \hat{A}_1 + \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{B} = \hat{A}_2$$

$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{A}_2 \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{BH}{AH} = \frac{AH}{CH} \Rightarrow AH^2 = BH \cdot CH$$

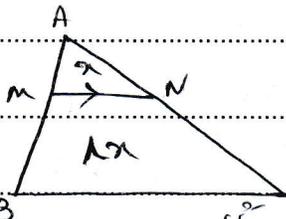


$$\triangle ABH \text{ و } \triangle ACH \text{ و } \triangle ABC \text{ (1) } \left| \begin{array}{l} \text{وهو (1) } \\ \sqrt{\quad} \end{array} \right. \Rightarrow |AC^2 - AB^2| = CM \cdot BC$$

$$\begin{cases} \triangle ABH: AC^2 = AH^2 + CH^2 \\ \triangle ABH: AB^2 = AH^2 + BH^2 \end{cases} \Rightarrow AC^2 - AB^2 = CH^2 - BH^2$$

$$\Rightarrow AC^2 - AB^2 = (CH - BH)(CH + BH) \Rightarrow AC^2 - AB^2 = (CM + MH - BM + MH) \cdot BC$$

$$\Rightarrow |AC^2 - AB^2| = CM \cdot BC$$



$$\triangle AMN \parallel BC \text{ و } \triangle ABC \text{ (1) } \left| \begin{array}{l} \text{وهو (1) } \\ \sqrt{\quad} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{MB}{MA} = ?$$

$$\triangle ABC: MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \sqrt{\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{MA} = 2$$